Übungen zur Vorlesung

Theorembeweisen in der Prädikatenlogik

Prof. Dr. J. Avenhaus
Technische Universität Kaiserslautern

WS 2003/04
Blatt 6 / 13. Januar 2004

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/ag-avenhaus/chronologisch/ws2003-2004/pl1`

1. Aufgabe: Es sei S eine Menge von Grund-Horn-Klauseln. Ferner sei R_S die Menge der durch $C \in S$ produzierten Regeln.
Sind $l_1 \longrightarrow r_1, l_2 \longrightarrow r_2 \in R_S$, so ist l_1 kein Teiltern von l_2.

2. Aufgabe: Die Menge S von Grund-Horn-Klauseln sei gegeben durch

$$
\begin{array}{rlll}
S = & \{ \Rightarrow a = b, & \Rightarrow a = c, \\
& \Rightarrow d = e, & b = c \wedge d = e \Rightarrow f = g, \\
& c = e \Rightarrow \ \}. &
\end{array}
$$

Ferner sei $S' = S \cup \{ \ f = g \Rightarrow b = e \ \}$ und $\succ$ die LPO zur Präzedenz $>_F$ mit $a >_F b >_F c >_F d >_F e >_F f >_F g$.

1. Bilden Sie den Abschluss S^* von S unter dem Superpositionskalkül $\mathcal{GH}_\succ$ für Grund-Horn-Klauseln. Konstruieren Sie die Kandidatenmodelle R_S^* und $R_{S^*}^*$ zu S und S^*. Gilt $R_S^* \models S$? Gilt $R_{S^*}^* \models S$?

2. Zeigen Sie mit $\mathcal{GH}_\succ$, dass S' unerfüllabr ist.

3. Aufgabe: Seien x, y Variablen und sei die Klauselmenge S gegeben durch

$$
\begin{array}{rll}
S = \{ & (1) & \Rightarrow f(x, y) = f(y, y), \\
& (2) & f(a, f(b, a)) = f(b, f(a, a)) \Rightarrow \ \}.
\end{array}
$$

Sei $\succ$ die LPO zur Präzedenz $>_F$ mit $f >_F a >_F b$.

1. Bilden Sie alle Konklusionen, die durch Anwendung der Inferenzregeln des Kalküls $\mathcal{H}_\succ$ aus (1) und (2) entstehen.

2. Zeigen Sie mit Hilfe des Kalküls $\mathcal{H}_\succ$, dass S unerfüllbar ist.

4. Aufgabe: Die Klauselmenge S gegeben durch

$$
\begin{array}{rll}
S = \{ & (1) & \Rightarrow \mathrm{msort}(l) = \mathrm{merge}(\mathrm{msort}(\mathrm{split1}(l)), \mathrm{msort}(\mathrm{split2}(l))), \\
& (2) & \Rightarrow \mathrm{sorted}(\mathrm{msort}(\mathrm{split1}(l))) = \mathrm{true}, \\
& (3) & \Rightarrow \mathrm{sorted}(\mathrm{msort}(\mathrm{split2}(l))) = \mathrm{true}, \\
& (4) & \mathrm{sorted}(l_1) = \mathrm{true}, \mathrm{sorted}(l_2) = \mathrm{true} \Rightarrow \mathrm{sorted}(\mathrm{merge}(l_1, l_2)) = \mathrm{true}, \\
& (5) & \mathrm{sorted}(\mathrm{msort}(\mathrm{cl})) = \mathrm{true} \Rightarrow \ \}.
\end{array}
$$

Sei $\succ$ die LPO zur Präzedenz $>_F$ mit sorted $>_F$ msort $>_F$ merge $>_F$ split1 $>_F$ split2 $>_F$ cl $>_F$ true $>_F$ false. Zeigen Sie, dass S unerfüllbar ist mit Hilfe des Kalküls $\mathcal{H}'_\succ$.

Abgabe: bis 26.01.04 im 4. Stock, Gebäude 34