Übungen zur Vorlesung

Theorembeweisen in der Prädikatenlogik

Prof. Dr. J. Avenhaus
Technische Universität Kaiserslautern
WS 2003/04
Blatt 2 / Montag 3. November 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/ag-avenhaus/chronologisch/ws2003-2004/pl1`

1. Aufgabe: Zeigen Sie die Gültigkeit von Satz 2.1:
Für jede Spezifikation spec $= (\text{sig}, \mathcal{A}x)$ sind äquivalent:

1. $\mathcal{A}x$ ist bezüglich $\text{PL1}_=$ erfüllbar.
2. $\mathcal{A}x \cup \mathcal{A}x_=$ ist bezüglich PL1 erfüllbar.

2. Aufgabe: Transformieren Sie die Formel

$$\varphi \equiv \forall x.[(\forall y.p(x) \vee \forall z.q(z,y)) \Rightarrow \neg\forall y.r(x,y)]$$

in Klausel-Normalform.

3. Aufgabe: Es sei Ax gegeben durch

$$\begin{array}{l}
\forall xy.[\text{pferd}(x) \wedge \text{hund}(y) \Rightarrow \text{schneller_als}(x,y)], \\
\exists x.[\text{windhund}(x) \wedge \forall y.(\text{hase}(y) \Rightarrow \text{schneller_als}(x,y))], \\
\text{pferd}(\text{harry}), \qquad \text{hase}(\text{ralf}), \\
\forall xyz.[\text{schneller_als}(x,y) \wedge \text{schneller_als}(y,z) \Rightarrow \text{schneller_als}(x,z)], \\
\forall x.[\text{windhund}(x) \Rightarrow \text{hund}(x)]
\end{array}$$

und $\varphi \equiv \text{schneller\_als}(\text{harry}, \text{ralf})$. (vgl. Aufgabe 1 von Blatt 1) Bestimmen Sie eine Klauselmenge S, die genau dann unerfüllbar ist, wenn $\mathcal{A}x \models \varphi$ gilt. Benutzen Sie dabei die erfüllbarkeitserhaltenen Formeltransformationen aus der Vorlesung.

4. Aufgabe: Betrachte nochmal die Spezifikation spec $= (\text{sig}, \mathcal{A}x)$ mit

$$\begin{array}{rcl}
\mathcal{A}x & = \{ & p(0,1), \\
& & \forall x.\neg p(x,x), \\
& & \forall xyz.[p(x,y) \wedge p(y,z) \Rightarrow p(x,z)], \\
& & \forall xz.[p(x,z) \Rightarrow \exists y.(p(x,y) \wedge p(y,z) \quad \}.
\end{array}$$

Aus Aufgabe 3 von Blatt 1 wissen wie, dass $\mathcal{A} = (\mathbb{R}, 0^{\mathbb{R}}, 1^{\mathbb{R}}, <^{\mathbb{R}})$ ein Modell von spec ist.
Konstruieren Sie ein Herbrand-Modell von spec, wie in Satz 2.4 angedeutet. Sie müssen zuerst $\mathcal{A}x$ in Klauselnormalform bringen und $\mathcal{A}$ zu einer sig$'$-Algebra erweitern. Dabei ist sig$'$ die Erweiterung von sig, die auch die Skolemsymbole enthält.

Abgabe: bis 17. November im 4. Stock, Gebäude 34