Übungen zur Vorlesung

# Theorembeweisen in der Induktiven Theorie

Prof. Dr. J. Avenhaus
Technische Universität Kaiserslautern
WS 2003/04
Blatt 2 / 6. November 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/ag-avenhaus/chronologisch/ws2003-2004/ind`

**1. Aufgabe:**

1. Betrachte $R$ über $\mathrm{sig} = (S, F, \alpha)$ mit $S = \{\mathrm{NAT}, \mathrm{BOOL}\}$, $F = \{0, s, +, -, \mathrm{true}, \mathrm{false}, \mathrm{eq}\}$ und

$$R: \begin{array}{ll} x + 0 \longrightarrow x & s + s(y) \longrightarrow s(x + y), \\ x - 0 \longrightarrow x & 0 - y \longrightarrow 0, \\ s(x) - s(y) \longrightarrow x - y, & \\ \mathrm{eq}(0, s(x)) \longrightarrow \mathrm{false}, & \mathrm{eq}(s(x), 0) \longrightarrow \mathrm{false}, \\ \mathrm{eq}(0, 0) \longrightarrow \mathrm{true}, & \mathrm{eq}(s(x), s(y)) \longrightarrow \mathrm{eq}(x, y). \end{array}$$

   Berechnen Sie die durch $R$ definierte Konstruktormenge.

2. $\mathrm{sig}'$ entsteht durch Erweitern der Signatur sig um die Sorte SET und Funktionssymbole $\mathrm{nil}, ., \mathrm{ins}$ und member. Das Regelsystem $R'$ über $\mathrm{sig}'$ entsteht aus $R$ durch Hinzunahme von

$$R': \begin{array}{l} \mathrm{member}(x, \mathrm{nil}) \longrightarrow \mathrm{false}, \\ \mathrm{member}(x, y.l) \longrightarrow \mathrm{true} \Leftarrow \mathrm{eq}(x, y) = \mathrm{true}, \\ \mathrm{member}(x, y.l) \longrightarrow \mathrm{member}(x, l) \Leftarrow \mathrm{eq}(x, y) = \mathrm{false}, \\ \mathrm{ins}(x, l) \longrightarrow l \Leftarrow \mathrm{member}(x, l) = \mathrm{true}, \\ \mathrm{ins}(x, l) \longrightarrow x.l \Leftarrow \mathrm{member}(x, l) = \mathrm{false}. \end{array}$$

   Berechnen Sie auch die durch $R'$ definierte Konstruktormenge.

**2. Aufgabe:** Gegeben ist $\mathrm{sig} = (S, F, \alpha)$ mit $S = \{\mathrm{NAT}, \mathrm{TREE}\}$ und $F = \{0, s, \mathrm{nil}, \mathrm{tree}, \mathrm{rot}\}$. Ferner sei $\mathrm{spec} = (\mathrm{sig}, E)$ mit

$$E = \{ \begin{array}{rcl} \mathrm{rot}(\mathrm{nil}) & = & \mathrm{nil}, \\ \mathrm{rot}(\mathrm{tree}(l, x, r)) & = & \mathrm{tree}(\mathrm{rot}(r), x, \mathrm{rot}(l))) \end{array} \}$$

Zeigen Sie $\mathrm{rot}(\mathrm{rot}(t)) = t \in ITh(\mathrm{spec})$. Argumentieren Sie mit einer Konstruktormenge $C$ und $C$-Substitutionen.

**3. Aufgabe:** Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussage:
Sei spec eine bedingte Spezifikation und $u = v \Rightarrow s = t$ eine bedingte Gleichung über sig und $V$.
Gilt $u = v \Rightarrow s = t$ in $\mathcal{I}(\mathrm{spec})$, so gilt $u = v \Rightarrow s = t$ auch in allen Standardmodellen von spec.

**4. Aufgabe:** Zeigen Sie Lemma 2.8

Gilt $L \subseteq ITh(\mathrm{sig}, E)$, so gilt $ITh(\mathrm{sig}, E) = ITh(\mathrm{sig}, E \cup L)$.

indem Sie zeigen, dass $\mathcal{I}(\mathrm{sig}, E)$ initial in $\mathrm{Mod}(\mathrm{sig}, E \cup L)$ ist.

**Abgabe: bis Montag, den 17.11.2003 im 4. Stock, Gebäude 34**