Übungen zur Vorlesung

Reduktionssysteme

Prof. Dr. J. Avenhaus
Universität Kaiserslautern
SS 2003
Blatt 11 / 15. Juli 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/lehre/rds2003/rds2003.html`

1. Aufgabe: Es seien R und A durch

$$\begin{array}{rll} R: & x+0 \longrightarrow x, & x+(-x) \longrightarrow 0, \\ A: & x+y = y+x, & (x+y)+z = x+(y+z). \end{array}$$

gegeben.

1. Bestimmen Sie $\mathrm{EXT}_A(R)$ und $\mathrm{EXT}_A(\mathrm{EXT}_A(R))$.
2. Bestimmen Sie R^e.

2. Aufgabe: Es sei $E = \{\min(0,x) = 0,\ \min(s(x), s(y)) = s(\min(x,y))\}$ und A enthalte die AC-Axiome füer min.

1. Vervollständigen Sie E modulo A mit dem Inferenzsystem $\mathcal{L}$.
2. Vervollständigen Sie E modulo A mit dem Inferenzsystem $\mathcal{A}$.

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass die folgenden Regelsysteme terminieren:

1. $\wedge$ und $\vee$ sind AC und

$$R: \begin{array}{lll} x \vee 0 \longrightarrow x, & x \wedge 0 \longrightarrow 0, & x \vee x \longrightarrow x, \\ x \vee 1 \longrightarrow 1, & x \wedge 1 \longrightarrow x, & x \wedge x \longrightarrow x, \\ \neg\neg x \longrightarrow x, & \neg(x \wedge y) \longrightarrow \neg x \vee \neg y, & x \wedge (y \vee z) \longrightarrow (x \wedge y) \vee (x \wedge z). \end{array}$$

2. $\oplus$ ist AC und

$$R: \begin{array}{ll} \mathrm{nil} \oplus \mathrm{nil} \longrightarrow 0, & (x.l_1) \oplus (y.l_2) \longrightarrow (x+y) + (l_1 \oplus l_2), \\ \mathrm{nil} \oplus (y.l_2) \longrightarrow y + (\mathrm{nil} \oplus l_2), & (x.l_1) \oplus \mathrm{nil} \longrightarrow x + (l_1 \oplus \mathrm{nil}). \end{array}$$

4. Aufgabe: Es sei das bedingte Gleichungssystem E gegeben durch

$$E: \begin{array}{lll} p(s(x)) = x, & p(x) \leq y = x \leq s(y), & 0 \leq 0 = \mathrm{true}, \\ s(p(x)) = x, & s(x) \leq y = x \leq p(y), & 0 \leq p(0) = \mathrm{false}, \\ 0 \leq s(x) = \mathrm{true} \Leftarrow 0 \leq x = \mathrm{true}, & & 0 \leq p(x) = \mathrm{false} \Leftarrow 0 \leq x = \mathrm{false}. \end{array}$$

Zeigen Sie

1. $s(p(s(0))) \leq p(s(p(0))) =_2 \mathrm{false}$,
2. $s^i(0) \leq s^{i+k}(0) =_{k+1} \mathrm{true}$ und
3. $p^i(0) \leq s^j(0) =_{i+j+1} \mathrm{true}$.

Abgabe: bis 24. Juli, 8:00 Uhr im 4. Stock, Gebäude 34