Übungen zur Vorlesung

Reduktionssysteme

Prof. Dr. J. Avenhaus
Universität Kaiserslautern
SS 2003
Blatt 9 / 1. Juli 2003

Informationen zur Vorlesung:
http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/lehre/rds2003/rds2003.html

1. Aufgabe: Zeigen Sie, dass die folgenden Regelsysteme terminierend sind

1. mit Hilfe von rekursiven Pfadordnungen

$$R_3: \quad \begin{array}{ll} \mathrm{rev}(\mathrm{nil}) \longrightarrow \mathrm{nil}, & \mathrm{app}(\mathrm{nil}, l_2) \longrightarrow l_2 \\ \mathrm{rev}(x.l) \longrightarrow \mathrm{app}(\mathrm{rev}(l), x.\,\mathrm{nil}), & \mathrm{app}(x.l_1, l_2) = x.\,\mathrm{app}(l_1, l_2) \end{array}$$

$$R_4: \quad \begin{array}{ll} x + 0 \longrightarrow 0, & \mathrm{cmp}(x, 0) \longrightarrow s(0), \\ x + s(y) \longrightarrow s(x+y), & \mathrm{cmp}(0, s(y) \longrightarrow 0 \\ & \mathrm{cmp}(s(x), s(y)) \longrightarrow \mathrm{cmp}(x, s(y)) + \mathrm{cmp}(x, y); \end{array}$$

2. mit Hilfe einer rekursiven Pfadordnung mit Status

$$R_5: \quad \begin{array}{ll} p(s(x)) \longrightarrow x, & s(p(x)) \longrightarrow x, \\ 0 + y \longrightarrow y, & x - 0 \longrightarrow x, \\ s(x) + y \longrightarrow x + s(y), & x - s(y) \longrightarrow p(x) - y, \\ p(x) + y \longrightarrow p(x+y), & x - p(y) \longrightarrow s(x - y) \end{array}$$

2. Aufgabe: Seien f, g zwei AC-Operatoren und R das Regelsystem

$$R: \quad \begin{array}{l} g(a, x) \to x \\ f(c, d) \to d \end{array}$$

Bestimmen Sie zu den Termen $f(g(g(a,d), g(d,a)), f(d, f(c,e)))$ und $g(f(d, f(c,c)), g(g(a,a),a))$ jeweils die Normalformen bezüglich $\longrightarrow_R$, $\longrightarrow_{R.A}$ und $\longrightarrow_{R/A}$.

3. Aufgabe: Es sei R das folgende Regelsystem

$$R: \quad \begin{array}{l} n(n(x)) \longrightarrow x \\ n(a(x,y)) \longrightarrow o(n(x), n(y)) \end{array}$$

und A bestehe aus den AC-Axiomen für die Funktionssymbole a und o. Beweisen Sie die Termination von $\longrightarrow_{R/A}$ mit der Polynomordnung zu $\varphi(n)(x) = x^2$ und $\varphi(a)(x,y) = x + y = \varphi(o)(x,y)$.

Abgabe: bis 10. Juli 2003, 8:00 Uhr im 4. Stock, Gebäude 34