Das Regelsystem R_S

Sei S eine Menge von Grund-Horn-Klauseln.

Bezeichnung

Sei R ein Regelsystem über sig $= (F, \alpha)$. Dann ist R^* die Herbrand-Algebra mit Term(F) als Universum und $=_R$ als Interpretation der Gleichheit.

Definition 4.15.

Wir definieren R_S induktiv über die Ordnung $\succ_c$. Sei für $C \in S$ das Regelsystem R_C, der durch die $D \in S$ mit $C \succ_c D$ produzierten Regeln schon definiert. Die Klausel $C \equiv \Gamma \Rightarrow l \doteq r$ **produziert** die Regel $l \longrightarrow r$ falls

1. $R_C^* \not\models C$ und
2. $l \succ r, \Gamma$ und
3. l ist irreduzibel in R_C.

Sei $R = R_S$ die Menge der durch die $C \in S$ produzierten Regeln.

Beachte

zu 1. R_C^* erfüllt nicht C, also muss $=_R$ erweitert werden.

zu 2. Dies liefert $R \subseteq \succ$, also ist R terminierend.

zu 3. Dies garantiert die Konfluenz von R.

Nicht jede Klausel produziert eine Regel. R_S ist i. Allg. kein Modell zu S.

Ein Lemma zu R_S

Lemma 4.10

Zu jedem S gilt

a) $R = R_S$ und jedes R_C ist konfluent und terminierend.
b) Für alle $C \in S$ gilt: Gilt $R_C^* \models C$, so gilt auch $R^* \models C$.

Beweis-Skizze:

a) Es gilt $R \subseteq \succ$, also ist R terminierend.
Da R ein Grundregelsystem ist, reicht für die (lokale) Konfluenz zu zeigen: Sind $l \longrightarrow r$ und $l' \longrightarrow r'$ in R, so ist l' kein Teilterm von l und l kein Teilterm von l'. Dies gilt (Übung).

b) Sei $C \equiv \Gamma \Rightarrow \Delta$ in S und $R_C^* \models C$. Dann gilt (i) $R_C^* \models \Delta$ oder (ii) $R_C^* \not\models \Gamma$.
Zu (i): Wegen $R_C \subseteq R$ gilt auch $R^* \models \Delta$, also $R^* \models C$.
Zu (ii): Es gibt $s = t$ in Γ mit $R_C^* \not\models s = t$, also nicht $s \downarrow t$ in R_C. Seien s_0, t_0 die R_C-Normalformen zu s, t. Wir zeigen: nicht $s_0 \downarrow t_0$ in R. Dann gilt $R^* \not\models s = t$, also $R^* \not\models \Gamma$ und daher $R^* \models C$.
Sonst: Sei $s_0 \succ t_0$. Dann ist s_0 reduzierbar mit $l \longrightarrow r$ in $R - R_C$. Sei $l \longrightarrow r$ erzeugt durch $D \equiv \Gamma' \Rightarrow l \doteq r$. Dann ist $D \succ_c C$. Es ist $s_0 \succeq l$ (wegen $>_{TT} \subseteq \succ$) und $l \succ r, \Gamma'$. Dies zeigt comp$(C, s = t) = \{s, s, t, t\} \succeq_0 \{s_0, s_0, t_0, t_0\} \succ_0 \{l, r\} =$ comp$(D, l = r)$. Wegen $l \succ r$, Γ' folgt jetzt $C \succ_c D$. $\lightning$

Zur Vollständigkeit von $\mathcal{GH}$

Lemma 4.11

Sei S eine Menge von Grund-Horn-Klauseln, sei S abgeschlossen bezüglich $\mathcal{GH}$ und sei $\square \notin S$. Dann ist R_S^* ein Modell von S, d. h. $R_S^* \models C$ für alle $C \in S$.

Beweis: Sei $R = R_S$

Induktion nach $\succ_c$ zeigt $R^* \models C$ für alle C in S:
Sei $R^* \models D$ für alle $C \succ_c D$, $D \in S$.
Zu zeigen ist dann $R^* \models C$.
Sei s der größte Term in C. Er existiert, da $\succ$ total auf Term(F) ist.
Es gibt 4 Fälle: a) bis d).

Die Fälle b) bis d) benutzen wesentlich, dass S abgeschlossen ist bezüglich $\mathcal{GH}$.

Zur Vollständigkeit von $\mathcal{GH}$ (Forts.)

a) $C \equiv \Gamma \Rightarrow s = s$: Dann gilt $R^* \models C$.

b) $C \equiv \Gamma \Rightarrow s = t$, $s \succ t$, s kommt in Γ nicht vor:
Es gilt $s \succ t, \Gamma$. Annahme: $R^* \not\models C$.
Dann gilt $R^* \models \Gamma$ und C erzeugt nicht die Regel $s \rightarrow t$.
Also ist s nach Definition 4.14 in R_C reduzibel.
Es gibt $l \rightarrow r$ in R_C, erzeugt durch $D \equiv \Gamma' \Rightarrow l = r$, so dass s mit $l \rightarrow r$ reduzierbar. Es gilt dann mit „Superposition rechts“

$$\frac{\Gamma' \Rightarrow l = r \qquad \Gamma \Rightarrow s = t}{D' \equiv \Gamma', \Gamma \Rightarrow s[r]_\pi = t}$$

Es ist $D' \in S$, da S abgeschlossen bezüglich $\mathcal{GH}$ ist.
Es gilt $R^* \models D$ und $R^* \models \Gamma'$ (da D eine Regel erzeugt und Lemma 4.10 gilt) und $R^* \models D'$ (nach IV, da $C \succ_c D'$). Dies liefert $R^* \models l = r$ und $R^* \models s = t$. Also gilt doch $R^* \models C$.

c) $C \equiv \Gamma, s = s \Rightarrow \Delta$:
Dann liefert „Ref.-Resolution“ $D \equiv \Gamma \Rightarrow \Delta$. Es gilt $R^* \models D$ (da $C \succ_c D$ und $D \in S$), also $R^* \models C$.

d) $C \equiv \Gamma, s = t \Rightarrow \Delta$, $s \succ t$:
Analog zu b) liefert „Superposition links“ $R^* \models C$.

Hauptergebnis zu $\mathcal{GH}$

Definition 4.16.

Eine $\mathcal{GH}$-Ableitung $(S_i)_{i\in\mathbb{N}}$ heißt **fair**, falls das Grenzsystem $S^* = \bigcup\limits_{i\in\mathbb{N}} S_i$ unter $\mathcal{GH}$ abgeschlossen ist.

Satz 4.8.

$\mathcal{GH}$ ist korrekt und vollständig für Grund-Horn-Klauseln: Für jedes S gilt $S \overset{*}{\underset{\mathcal{GH}}{\vdash}} \Box$ $\;\mathrm{gdw}\;$ S ist H-unerfüllbar.

Beweis:

a) Korrektheit: Für jede sig-Algebra $\mathcal{A}$ und jede Inferenzregel von $\mathcal{GH}$ gilt: Erfüllt $\mathcal{A}$ die Prämissen, so erfüllt $\mathcal{A}$ auch die Konklusion (Übung: Nachrechnen).

   Also: Gilt $S \overset{*}{\underset{\mathcal{GH}}{\vdash}} \Box$, so ist S unerfüllbar.

b) Vollständigkeit: Sei S H-unerfüllbar. Man betrachte eine faire $\mathcal{GH}$-Ableitung $(S_i)_{i\in\mathbb{N}}$ mit $S_0 = S$ und Grenzsystem S^*. Wäre $\Box \notin S^*$, so wäre nach dem letzten Lemma S^* und damit auch $S \subseteq S^*$ H-erfüllbar. Also gilt $\Box \in S^*$ und damit $\Box \in S_n$ für ein $n \in \mathbb{N}$. Dies zeigt $S \overset{*}{\underset{\mathcal{GH}}{\vdash}} \Box$.

Selektion negativer Gleichungen (1)

Beachte

Die Ordnungsrestriktionen für die Anwendbarkeit der Inferenzregeln in $\mathcal{GH}$ bewirken schon eine massive Einschränkung des Suchraums, d. h. der Erzeugung von „redundanten“ Klauseln, gegenüber dem Paramodulationskalkül. Dennoch ist $\mathcal{GH}$ vollständig (für Grund-Horn-Klauseln).

Ziel

Weitere Beschränkung der Anwendbarkeit der Inferenzregeln, ohne die Vollständigkeit zu verlieren.

Ansatz

Man markiert willkürlich in jeder Klausel $C \equiv \Gamma \Rightarrow \Delta$ mit $\Gamma \neq \varnothing$ genau eine Gleichung $s = t$ aus Γ. Mit diesen Markierungen lassen sich die Einschränkungen beschreiben.

In der Literatur wird die Markierung auch durch **selection functions** beschrieben.

Selektion negativer Gleichungen (2)

Definition 4.17. (Inferenzsystem $\mathcal{GH}'$)

Superposition rechts

$$\frac{\Gamma' \Rightarrow l \doteq r \qquad \Gamma \Rightarrow s \doteq t}{\Gamma', \Gamma \Rightarrow s[r]_\pi = t}$$

falls $s/\pi \equiv l$, $l \succ r, \Gamma'$, $s \succ t, \Gamma$ und keine Gleichung aus $\Gamma \cup \Gamma'$ ist markiert.

Superposition links

$$\frac{\Gamma' \Rightarrow l \doteq r \qquad \Gamma, s \doteq t \Rightarrow \Delta}{\Gamma', \Gamma, s[r]_\pi = t \Rightarrow \Delta}$$

falls $s/\pi \equiv l$, $l \succ r, \Gamma'$, $s \succ t$ und keine Gleichung aus Γ' ist markiert, $s = t$ ist markiert.

Reflexiv-Resolution

$$\frac{\Gamma, s = s \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta} \quad \text{falls } s = s \text{ markiert ist.}$$

Selektion negativer Gleichungen (3)

Beachte

Sei $C \equiv \Gamma,\ s = t \Rightarrow \Delta$ und sei $s = t$ markiert.

a) Man kann nur unbedingte Gleichungen $\Rightarrow l = r$ benutzen, um in $\Gamma \Rightarrow s = t$ die Bedingung Γ leer zu machen (Superposition links).
b) Man kann nur mit unbedingten Gleichungen $\Rightarrow l = r$ unbedingte Gleichungen $\Rightarrow s = t$ behandeln (Superposition rechts).

Satz 4.9.

Das Inferenzsystem $\mathcal{GH}'$ ist korrekt und vollständig:

$S \overset{*}{\underset{\mathcal{GH}'}{\vdash}} \Box$ gdw S ist H-unerfüllbar.

Beweis-Skizze:

Analog zum letzten Satz.

Abwandlung der Modellkonstruktion so, dass Klauseln mit einer markierten Gleichung keine Regel erzeugen.

Horn-Klauseln mit Variablen

Voraussetzung

Bisher: S ist Menge von Grund-Horn-Klauseln.

Jetzt: S ist Menge von Horn-Klauseln.

Beachte

Wir untersuchen die H-Erfüllbarkeit von S. Dies ist äquivalent zur H-Erfüllbarkeit von gnd$(S) = \{\sigma(C) \mid C \in S, \quad \sigma(C)$ eine Grundklausel$\}$.
Also: $\Gamma \Rightarrow \Delta$ steht für $\{\sigma(\Gamma) \Rightarrow \sigma(\Delta) \mid \sigma$ Grundsubstitution$\}$

Ansatz für ein Inferenzsystem

Reduktion auf den bisherigen Fall mit dem Lifting-Argument.

Kontrolle der Ordnungsbedingungen $l \succ r, \Gamma$ durch Constraints.

Constraints (1)

Definition 4.18.

Ein **Constraint** T ist eine Boole'sche Kombination von atomaren Constraints der Form $s = t, s > t$ oder $s \geq t$. Eine Substitution σ erfüllt den Constraint T (oder ist Lösung von T), falls $\sigma(T)$ zu true ausgewertet wird, unter der Interpretation von $=, >, \geq$ durch $\equiv, \succ, \succeq$.

1. Bemerkung

Ein Gleichheits-Constraint $s_1 = t_1 \wedge \cdots \wedge s_n = t_n$ entspricht dem Unifikationsproblem $s_1 =^? t_1, \ldots, s_n =^? t_n$. Ein Ordnungs-Constraint $s > t$ entspricht den richtbaren Instanzen $\sigma(s) \succ \sigma(t)$.

2. Bemerkung

Bei der Vervollständigung ohne Abbruch benutzt man Constraints zur Beschreibung von kritischen Paaren: $s = t$ und $l = r$ liefern $\langle t, s[r]_\pi \rangle \mid s/\pi = l \wedge l > r \wedge s > t$.

3. Bemerkung

Eine **beschränkte Klausel** $C|T$ steht für alle Grundinstanzen $\sigma(C)$ mit σ erfüllt T. Sie ist **überflüssig**, falls T unlösbar ist.

Constraints (2)

4. Bemerkung

Constraints kann man vereinfachen:

a) Gilt $s \succ t$, so ist (1) jedes σ eine Lösung zu $s > t$ und (2) $t > s$ ist unlösbar.
b) Sei $T \equiv T_1 \wedge T_2$. Ist T_2 unlösbar, so ist auch T unlösbar. Ist jedes σ eine Lösung von T_2, so ist T äquivalent zu T_1.
c) Sei $T \equiv T_1 \wedge s = t$. Existiert $\mu = \text{mgu}(s,t)$ nicht, so ist T unlösbar. Sonst ist T äquivalent zu $\mu(T_1)$. Dann ist $C|T$ äquivalent zu $\mu(C)|\mu(T_1)$.

Beispiel

Sei $T \equiv x = g(y) \wedge x = z \wedge y \geq h(z) \wedge x > a$.

Es ist
$\mu = \{x \leftarrow g(y), z \leftarrow g(y)\} = \text{mgu}\{(x, g(y)), (x,z)\}$.

Dann ist T äquivalent zu $y \geq h(g(y)) \wedge g(y) > a$.

Dies ist unlösbar wegen $y \geq h(g(y))$.

Also ist $C|T$ überflüssig.

Das Inferenzsystem $\mathcal{H}$

Das System $\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\succ}$ arbeitet auf Horn-Klauseln und mit fester Ordnung $\succ$. Wir betrachten gleich die Verfeinerung mit Selektion.

Definition 4.19.

$\mathcal{H}$ besteht aus den Inferenzregeln

Superposition rechts

$$\frac{\Gamma' \Rightarrow l \doteq r \qquad \Gamma \Rightarrow s \doteq t}{\Gamma', \Gamma \Rightarrow s[r]_\pi = t \mid s/\pi = l \wedge l > r, \Gamma' \wedge s > t, \Gamma}$$

falls s/π keine Variable, und keine Gleichung aus $\Gamma \cup \Gamma'$ markiert ist.

Superposition links

$$\frac{\Gamma' \Rightarrow l \doteq r \qquad \Gamma, s \doteq t \Rightarrow \Delta}{\Gamma', \Gamma, s[r]_\pi = t \Rightarrow \Delta \mid s/\pi = l \wedge l > r, \Gamma' \wedge s > t}$$

falls s/π keine Variable und $s = t$ markiert, und keine Gleichung aus Γ' markiert ist.

Reflexiv-Resolution

$$\frac{\Gamma, s = t \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta \mid s = t} \quad \text{falls } s = t \text{ markiert ist.}$$

Bemerkung

Die Prämissen sind o.B.d.A. Variablen-disjunkt.

Beispiel zu $\mathcal{H}$

Sei

$\succ$ die LPO zur Präzedenz $h \rhd a \rhd f \rhd g \rhd b$.

Betrachte den Inferenzschritt mit „Superposition rechts"

$$\frac{\Rightarrow f(a,x) = f(x,x) \qquad \Rightarrow h(f(a,g(y))) = h(y)}{\begin{array}{r}\Rightarrow h(f(x,x)) = h(y) \mid f(a,x) = f(a,g(y)) \\ \wedge h(f(a,g(y))) > h(y) \wedge f(a,x) > f(x,x)\end{array}}$$

Der Constraint ist äquivalent zu $x = g(y) \wedge a > x$.

Dies ist lösbar. Also entsteht neu
$\Rightarrow h(f(x,x)) = h(y) \mid x = g(y) \wedge a > x$

Hier wurden zur Constraint-Vereinfachung auch die Eigenschaften der LPO benutzt, etwa bei der Vereinfachung von $f(a,x) > f(x,x)$ zu $a > x$.

Beachte

Die neue Klausel lässt sich durch „Constraint-Propagieren" weiter umschreiben zu

$$\Rightarrow h(f(g(y), g(y))) = h(y) \mid a > g(y)$$

Behandlung von beschränkten Klauseln

Beachte

Die Inferenzregeln erzeugen beschränkte Klauseln $C|T$, benutzen aber unbeschränkte Klauseln C als Prämissen.

Wir erweitern also $\mathcal{H}$ um Säuberungsregeln und identifizieren $C|T$ mit C, falls T leer ist.

Säuberungsregeln

(1) Lösche $C|T$, falls T unlösbar ist.

(2) Ersetze $C|T \wedge s = t$ durch $\mu(C)|\mu(T)$, falls $\mu = \text{mgu}(s,t)$.

(3) Ersetze $C|T$ durch C, falls T kein $s = t$ enthält, aber erfüllbar ist.

Bemerkung

Ist $\succ$ eine LPO, so ist entscheidbar (aber teuer), ob T lösbar ist.

C ist eine „zulässige Vergröberung" von $C|T$: Jede Grundinstanz $\sigma(C)$ ist gültig (siehe das folgende Lemma).

Bezeichnung

Ein $\mathcal{H}$-Inferenzschritt besteht aus der Anwendung einer Inferenzregel aus $\mathcal{H}$ zur Erzeugung einer beschränkten Klausel $C|T$ und anschließender Säuberung von $C|T$ zur Klausel C'.

Korrektheit von $\mathcal{H}$

Lemma 4.12

Das Inferenzsystem $\mathcal{H}$ ist korrekt.

Gilt $S \mapsto S'$ aufgrund eines $\mathcal{H}$-Inferenzschrittes, so gilt:

S ist erfüllbar gdw S' ist erfüllbar.

Beweis:

Es entstehe $C|T$ mit einer Inferenzregel aus $\mathcal{H}$ und den Prämissen $C_1, \ldots, C_n, n \in \{1, 2\}$. Ist T unerfüllbar, so ist $S' = S$. Sei also T erfüllbar. Dann gilt $\{C_1, \ldots, C_n\} \models \sigma(C)$ für jede Substitution σ, die den Gleichheitsanteil $T_=$ von T erfüllt.

Es werde $C|T$ zu C' gesäubert und es sei $S' = S \cup \{C'\}$.

Dann gilt $C' \equiv \sigma(C)$ für ein σ, das $T_=$ erfüllt. Also gilt $\{C_1, \ldots, C_n\} \models C'$.

Hieraus folgt: S ist erfüllbar gdw S' ist erfüllbar.

Zur Vollständigkeit von $\mathcal{H}$ (1)

Lemma 4.13

Sei S eine Menge von Horn-Klauseln, sei S abgeschlossen bezüglich $\mathcal{H}$ und sei $\Box \notin S$. Dann ist R_S^* ein Modell zu S, d. h. $R_S^* \models C$ für alle $C \in S$.

Beweis:

Der Beweis läuft analog zum Beweis zu Lemma 4.11 mit dem Unterschied, dass wir Markierungen berücksichtigen müssen. Wir verwenden daher den Modellkonstruktor zum Inferenzsystem $\mathcal{GH}$ mit der Einschränkung, dass Klauseln mit markierten Gleichungen keine Regeln erzeugen. Für ihn bleibt Lemma 4.10 gültig (Übung).

Sei $R = R_{\mathsf{gnd}(S)}$ das Grund-Regelsystem, das durch
gnd$(S) = \{\sigma(C) \mid C \in S,\ \sigma(C)$ Grundklausel$\}$ erzeugt wird.

Induktion nach $\succ_c$ zeigt $R^* \models \sigma(C)$ für alle $C \in S$, σ Grundsubstitution:

Sei $C \equiv \Gamma \Rightarrow \Delta$. Es gibt 4 Fälle:

(I) $\Gamma = \emptyset$: Dann ist $C \equiv \ \Rightarrow s = t$.
  1) $\sigma(s) \equiv \sigma(t)$:
     Dann gilt $R^* \models \sigma(C)$ wie in 4.11a).
  2) $\sigma(s) \not\equiv \sigma(t)$: o.B.d.A sei $\sigma(s) \succ \sigma(t)$.
     Behandlung mit „Superposition rechts“ analog zu 4.11b)

Zur Vollständigkeit von $\mathcal{H}$ (2)

(II) $\Gamma \neq \varnothing$: Dann gibt es eine markierte Gleichung $s = t$ in Γ.
1) $\sigma(s) \equiv \sigma(t)$:
Behandlung mit „Reflexivresolution" analog zu 4.11c)
2) $\sigma(s) \not\equiv \sigma(t)$: o.B.d.A sei $\sigma(s) \succ \sigma(t)$.
Behandlung mit „Superposition links" analog zu 4.11d)

Wir betrachten den letzten Fall genauer:

Sei $C \equiv \Gamma', s = t \Rightarrow \Delta$ mit $\sigma(s) \succ \sigma(t)$ und $s = t$ markiert.

Annahme $R^* \not\models \sigma(C)$.

Dann gilt $R^* \models \sigma(\Gamma' \cup \{s = t\})$ und $R^* \not\models \sigma(\Delta)$, speziell $\sigma(s) \downarrow \sigma(t)$ in R. Es gibt $D \equiv \Gamma'' \Rightarrow l = r$ in S mit C, D sind Variablen-disjunkt und D erzeugt $\sigma(l) \to \sigma(r)$ und $\sigma(l) \to \sigma(r)$ reduziert $\sigma(s)$, also $\sigma(s)/\pi \equiv \sigma(l)$. Da D $\sigma(l) \to \sigma(r)$ erzeugt, gilt $R^* \models \sigma(D)$ und $\Gamma'' = \varnothing$.

i) s/π ist keine Variable, π Position in s.
Es gilt mit „Superposition links"

$$\frac{\Rightarrow l = r \qquad \Gamma', s = t \Rightarrow \Delta}{\Gamma', s[r]_\pi = t \Rightarrow \Delta \mid s/\pi = l \wedge l > r \wedge s > t}$$

und die Konklusion $D'|T$ erzeugt nach Säuberung D'' in S mit Grundinstanz $\sigma(D')$, da σ eine Lösung zu T ist. Dann gilt $\sigma(C) \succ_c \sigma(D')$ und daher $R^* \models \sigma(D')$ nach IV. Wegen $R^* \models \sigma(D)$ gilt doch $R^* \models \sigma(C)$.

Zur Vollständigkeit von $\mathcal{H}$ (3)

ii) $\sigma(s)/\pi$ ist Teilterm von $\sigma(x)$, $x \in \mathsf{Var}(s)$, $\pi = \pi' \cdot \pi''$ mit $s/\pi' \equiv x$.
Sei σ' Substitution mit $\sigma'(y) \equiv \sigma(y)$ für $y \neq x$, $\sigma'(x) \equiv \sigma(x)[\sigma(r)]_{\pi''}$. Wegen $R^* \models \sigma(l) = \sigma(r)$ gilt $R^* \models \sigma(y) = \sigma(y')$ für alle y. Hieraus folgt $R^* \models \sigma(C)$ gdw $R^* \models \sigma'(C)$.
Es gilt $\sigma(C) \succ_c \sigma'(C)$ und daher $R^* \models \sigma'(C)$ nach IV, also gilt doch $R^* \models \sigma(C)$.

Satz 4.10.

$\mathcal{H}$ ist korrekt und vollständig für Horn-Klauseln. Für jedes S gilt $S \overset{*}{\underset{\mathcal{H}}{\vdash}} \square$ gdw S ist H-unerfüllbar.

Beweis: Wie bei Grund-Horn-Klauseln.

Bemerkung zu Constraints

Beachte

$\mathcal{H}$ produziert beschränkte Klauseln der Form $C|T$.

Wir haben $C|T$ zu C' „gesäubert".

Also: Wir arbeiten im wesentlichen mit (unbeschränkten) Klauseln.

Bemerkung

Man kann das Inferenzsystem $\mathcal{H}$ so erweitern, dass es auf beschränkten Klauseln arbeitet.

Dies beschränkt (theoretisch) den Suchraum bei der Suche von $S \overset{*}{\underset{\mathcal{H}}{\vdash}} \Box$ weiter. Die Realisierung auf dem Rechner wird aber schwieriger:

a) Der Programmieraufwand wird größer.

b) Die Datenstrukturen werden komplizierter.

c) Das Lösen (bzw. Testen auf Lösbarkeit) von Constraints ist sehr zeitaufwendig.

Also

Angabe von $\mathcal{H}$ ohne Constraints.

$\mathcal{H}$ ohne Constraints

Definition 4.20.

Das Inferenzsystem $\mathcal{H}' = \mathcal{H}'_{\succ}$ besteht aus den Regeln

Superposition rechts

$$\frac{\Gamma' \Rightarrow l \doteq r \qquad \Gamma \Rightarrow s \doteq t}{\sigma(\Gamma', \Gamma) \Rightarrow \sigma(s[r]_\pi) = \sigma(t)}$$

falls $s/\pi \notin V$, $\sigma = \text{mgu}(l, s/\pi)$, $\sigma(l) \not\preceq \sigma(r, \Gamma')$, $\sigma(s) \not\preceq \sigma(t, \Gamma)$ und keine Gleichung aus $\Gamma \cup \Gamma'$ ist markiert.

Superposition links

$$\frac{\Gamma' \Rightarrow l \doteq r \qquad \Gamma, s \doteq t \Rightarrow \Delta}{\sigma(\Gamma', \Gamma, s[r]_\pi = t) \Rightarrow \sigma(\Delta)}$$

falls $s/\pi \notin V$, $\sigma = \text{mgu}(l, s/\pi)$, $\sigma(l) \not\preceq \sigma(r, \Gamma')$, $\sigma(s) \not\preceq \sigma(t)$ und keine Gleichung aus $\Gamma \cup \Gamma'$ ist markiert, aber $s = t$ ist markiert.