Übungen zur Vorlesung

Theorembeweisen in der Prädikatenlogik

Prof. Dr. J. Avenhaus
Technische Universität Kaiserslautern
WS 2003/04
Blatt 4 / Montag 1. Dezember 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/ag-avenhaus/chronologisch/ws2003-2004/pl1`

1. Aufgabe: Es sei $\succ$ eine Grundreduktionsordnung. Betrachte die Mengen R, E und die Gleichung $s = t$. Gilt $s = t \succ_{\mathcal{P}} R(E)$?

1. $R = \emptyset$, $E = \{f(x) = g(x)\}$, $s \equiv f(x)$, $t \equiv g(x)$.
2. $R = \{f(x) \to g(x)\}$, $E = \emptyset$, $s \equiv f(x)$, $t \equiv g(x)$.
3. $R = \emptyset$, $E = \{x + y = y + x\}$, $s \equiv f(x + c, c + x)$, $t \equiv f(c + x, x + c)$.
4. $R = \{f(x, x) \to b\}$, $E = \{x + y = y + x\}$, $s \equiv h(f(x + c, c + x)$, $t \equiv h(b)$.

2. Aufgabe: Gegeben sind

$\mathcal{A}x = \{\forall x.x + 0 = x, \forall xy.x + s(y) = s(x + y), \forall x.x \cdot 0 = 0, \forall xy.x \cdot s(y) = x + (x \cdot y)$.

Beweisen Sie im Inferenzsystem $\mathcal{GN}$:

1. $\mathcal{A}x \models \exists x.x \cdot x = s(0)$,
2. $\mathcal{A}x \models \exists y.\forall x.x \cdot y = x$.

3. Aufgabe: Es sei

$\mathcal{A}x = \{\forall xy.[x + 0 = 0 \wedge x + s(y) = s(x + y) \wedge d(0) = 0 \wedge d(s(x)) = s(s(d(x)))]\}$.

Zeigen oder widerlegen Sie mit Hilfe von $\mathcal{GN}$:

1. $\mathcal{A}x \models \exists x.d(x) = s(s(0))$,
2. $\mathcal{A}x \models \exists x.d(x) = s(s(s(0)))$,
3. $\mathcal{A}x \models \forall xy.[d(x) = y \Rightarrow d(d(x)) = d(y)]$ und
4. $\mathcal{A}x \models \forall xy.[d(x) = y \Rightarrow d(y) = d(x) + d(x)]$.

4. Aufgabe: Es sei

$$F = \forall y.\neg\forall z.[p(z, y) \Leftrightarrow \neg\exists x.[p(z, x) \wedge p(x, z)]].$$

Zeigen Sie mit Resolution, dass F allgemeingültig ist.

Abgabe: bis 15. Dezember im 4. Stock, Gebäude 34