Übungen zur Vorlesung

Reduktionssysteme

Prof. Dr. J. Avenhaus
Universität Kaiserslautern
SS 2003
Blatt 8 / 20. Juni 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/lehre/rds2003/rds2003.html`

1. Aufgabe: Es sei $E = \{f(g(f(x))) = g(f(x)),\ h(h(x)) = x,\ h^6(x) = g^5(x)\}$.

1. Es gilt $f(f(x)) =_E f(x)$.
2. Eine Vervollständigung (nach $\mathcal{P}$), kann beliebig lange laufen, ohne die zweite und dritte Gleichung zu behandeln. Dabei sind in keinem der erzeugten R_i und auch nicht mit R^∞ die Terme $f(f(x))$ und $f(x)$ zusammenführbar.

2. Aufgabe: Sei $\mathcal{P}$ das in der Vorlesung angegebene Inferenzsystem zur Vervollständigung. Ferner sei $\mathcal{P}'$ das Inferenzsystem, das aus $\mathcal{P}$ entsteht, wenn die Regel zum Simplifizieren einer linken Seite (P6) durch folgende Inferenzregel ersetzt wird:

$$(\mathrm{P6}') \quad \frac{E, R \cup \{s \longrightarrow t\}}{E \cup \{u = t\}, R}, \text{ falls } s \longrightarrow_R u.$$

Betrachten Sie die Eingabe $E = \{g^2(x) = g(x), g(x) = h(x)\}$. Geben Sie eine faire $\mathcal{P}'$-Ableitung von $(E, \emptyset)$ aus an, so dass $=_E \neq \overset{*}{\longleftrightarrow}_{R^\infty}$ gilt.
Hinweis: Erzeugen Sie Zwischenergebnisse der Art

$$E_{i_n} = \emptyset \text{ und } R_{i_n} = \{g(x) \longrightarrow h^n(x), g^2(x) \longrightarrow g(x), h^2(x) \longrightarrow h(x)\}.$$

3. Aufgabe: Zeigen Sie mit Hilfe von Polynomordnungen, dass diese Regelsysteme terminierend sind,

$$R_1: \quad \begin{array}{lll} x + 0 \longrightarrow 0, & x \cdot 0 \longrightarrow 0, & x + (y + z) \longrightarrow (x + y) + z, \\ x + s(y) = s(x + y), & x \cdot s(y) \longrightarrow (x \cdot y) + x; & \end{array}$$

$$R_2: \quad 0 + y \longrightarrow y,\ s(x) + y \longrightarrow s(x + y);$$

4. Aufgabe:

1. Geben Sie ein Regelsystem R und eine KBO $>$ an, so dass $\longrightarrow_R \subseteq >$ gilt, aber $\longrightarrow_R \subseteq >'$ für keine PO $>'$ gilt.
2. Geben Sie ein Regelsystem R und eine PO $>$ an, so dass $\longrightarrow_R \subseteq >$ gilt, aber $\longrightarrow_R \subseteq >'$ für keine KBO $>'$ gilt.

5. Aufgabe: Zeigen oder wiederlegen Sie:

1. Es gibt endliche F und V und eine unendliche Menge $T \subseteq \mathrm{Term}(F, V)$, so dass je zwei Terme $t_1, t_2 \in T$ mit $t_1 \neq t_2$ mit der Teiltermordnung unvergleichbar sind.
2. Es gibt endliche F und V und eine unendliche Menge $T \subseteq \mathrm{Term}(F, V)$ und eine KBO $>$, so dass je zwei Terme $t_1, t_2 \in T$ mit $t_1 \neq t_2$ mit $>$ unvergleichbar sind.

Abgabe: bis 3. Juli 2003, 8:00 Uhr im 4. Stock, Gebäude 34