Übungen zur Vorlesung

Reduktionssysteme

Prof. Dr. J. Avenhaus
Universität Kaiserslautern
SS 2003
Blatt 4 / 20. Mai 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/lehre/rds2003/rds2003.html`

1. Aufgabe: Betrachten Sie die Spezifikation E von Listen über natürlichen Zahlen aus der Vorlesung (Seiten 9–11 im Skript) ohne „sort“ und „sorted“. Beachten Sie, dass ein konvergentes Regelsystem entsteht, wenn man die Gleichungen von links nach recht richtet.

1. Geben Sie ein Modell $\mathcal{A}$ von E an, in dem „+“ nicht kommutativ ist.
2. Geben Sie ein Modell $\mathcal{B}$ von E an, in dem „app“ nicht assoziativ ist.
3. Zeigen Sie, dass jeder Grundterm der Sorte BOOL entweder zu „true“ oder zu „false“ E-gleich ist.
4. Zeigen Sie, dass es zu jedem Grundterm der Sorte NAT einen E-gleichen Grundterm ohne „+“ gibt.
5. Zeigen Sie, dass es zu jedem Grundterm der Sorte LIST einen E-gleichen Grundterm ohne „app“ gibt.
6. Bestimmen Sie das initiale Modell von E indem Sie aus jeder Äquivalenzklasse genau einen Vertreter auswählen und beschreiben, wie man mit diesen Vertretern rechnet.
7. Zeigen Sie, dass im initialen Modell von E die Gleichung $\mathrm{app}(x, \mathrm{app}(y, z)) = \mathrm{app}(\mathrm{app}(x, y), z)$ gilt.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass die E-Gleichheit $=_E$ eine Kongruenzrelation auf den Termen ist, also dass

1. $=_E$ eine Äquivalenzrelation ist und
2. $=_E$ mit der Termstruktur verträglich ist, also aus $t_i =_E s_i$ für $1 \leq i \leq n$ stets $f(t_1, \ldots, t_n) =_E f(s_1, \ldots, s_n)$ folgt.

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass durch „$\sigma \gtrsim \tau$ genau dann, wenn es ein ϱ gibt mit $\sigma \circ \varrho = \tau$“ eine Quasiordnung auf den Substitutionen definiert wird.

4. Aufgabe: Seien $t, t', t'' \in \mathrm{Term}(F, V), p \in O(t), q \in O(t')$ und σ eine Substitution. Zeigen Sie

1. $t[p \leftarrow t']/pq \equiv t'/q$,
2. $t[p \leftarrow t'][pq \leftarrow t''] \equiv t[p \leftarrow t'[q \leftarrow t'']]$ und
3. $\sigma(t[p \leftarrow t']) \equiv \sigma(t)[p \leftarrow \sigma(t')]$.

Argumentieren Sie mit der schematischen Darstellung der Terme als Bäume.

Abgabe: bis Mittwoch 28. Mai 2003, 17 Uhr im 4. Stock, Gebäude 34