Übungen zur Vorlesung

Reduktionssysteme

Prof. Dr. J. Avenhaus
Universität Kaiserslautern
SS 2003
Blatt 2 / 6. Mai 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/lehre/rds2003/rds2003.html`

1. Aufgabe: Gegeben sei folgende Spezifikation der natürlichen Zahlen:

$$0 :\to NAT \qquad s : NAT \to NAT \qquad + : NAT, NAT \to NAT$$

mit dem Gleichungssystem

$$E : \{x + 0 = x, \qquad x + s(y) = s(x + y), \qquad (x + y) + z = x + (y + z)\}$$

Zeigen Sie durch Gleichungsanwendungen:

$$s(s(x + (s(s(0)) + s(s(y))))) \;=_E\; s(s(x)) + (s(s(y)) + s(s(0)))$$

2. Aufgabe: Das Reduktionssystem $(\mathbb{N}_+, \longrightarrow)$ sei gegeben durch

$$n \longrightarrow m \qquad \text{gdw} \qquad 5 \cdot n = 2 \cdot m \quad \text{oder} \quad 10 \cdot n = 3 \cdot m.$$

1. Zeigen Sie: $\longrightarrow$ ist terminierend.
2. Zeigen Sie: $\longrightarrow$ ist konfluent.
3. Bestimmen Sie für jedes $x \in \mathbb{N}_+$ die Menge aller Normalformen $\mathrm{NF}(x)$.

3. Aufgabe: Seien $(\mathcal{E}, \longrightarrow_i)$ für $i = 1, 2$ Reduktionssysteme mit $\xrightarrow{+}_1 = \xrightarrow{+}_2$.

1. Gilt notwendigerweise $\longrightarrow_1 = \longrightarrow_2$?
2. Zeigen Sie: Es ist $\longrightarrow_1$ genau dann konfluent, wenn $\longrightarrow_2$ konfluent ist.
3. Zeigen Sie: Es ist $\longrightarrow_1$ genau dann terminierend, wenn $\longrightarrow_2$ terminierend ist.

4. Aufgabe: Zeigen Sie die Gültigkeit von Satz 2.4 aus der Vorlesung:
Für ein Reduktionssystem $(\mathcal{E}, \longrightarrow)$ sind folgende Aussagen äquivalent:

1. $\longrightarrow$ ist konfluent,
2. $\longrightarrow$ ist einseitig lokal konfluent und
3. $\longrightarrow$ hat die Church-Rosser-Eigenschaft.

Abgabe: bis Donnerstag 15. Mai 2003, 8 Uhr im 4. Stock, Gebäude 34