Übungen zur Vorlesung

Reduktionssysteme

Prof. Dr. J. Avenhaus
Universität Kaiserslautern
SS 2003
Blatt 1 / 29. April 2003

Informationen zur Vorlesung:
`http://www-avenhaus.informatik.uni-kl.de/lehre/rds2003/rds2003.html`

1. Aufgabe: Das Reduktionssystem $(\mathbb{N}, \longrightarrow)$ sei durch

$$n \longrightarrow m \text{ gdw } 5n = 6m \text{ oder } 7n = 10m$$

gegeben.

1. Bestimmen Sie alle Normalformen von 720.
2. Zeigen oder widerlegen Sie
   (a) $33 \overset{*}{\longleftrightarrow} 45$ bzw.
   (b) $125 \overset{*}{\longleftrightarrow} 126$.
3. Zeigen oder widerlegen Sie, dass es jedes $x \in \mathbb{N}$ genau eine Normalform hat.
4. Zeigen oder widerlegen Sie, dass $\longrightarrow$ terminierend ist.

2. Aufgabe: Es sei $(\mathcal{E}, \longrightarrow)$ ein Reduktionssystem. $\longrightarrow$ heißt *kreisfrei*, wenn es kein $u \in \mathcal{E}$ mit $u \xrightarrow{+} u$ gibt.

1. Zeigen Sie, dass $\xrightarrow{*}$ eine Partialordnung ist, wenn $\longrightarrow$ kreisfrei ist.
2. Zeigen Sie, dass $\xrightarrow{*}$ eine noethersche Partialordnung ist, wenn $\longrightarrow$ terminierend ist.

3. Aufgabe: Es sei $(\mathcal{E}, \longrightarrow)$ ein Reduktionssystem. $\longrightarrow$ heißt *absolut terminierend*, falls für jedes u die Menge

$$\{i \in \mathbb{N} \mid \text{ Es gibt ein } v \text{ mit } u \xrightarrow{i} v\}$$

beschränkt ist.
Zeigen Sie mit noetherscher Induktion, dass $\longrightarrow$ absolut terminierend ist, wenn $\longrightarrow$ terminierend und lokal endlich ist.

Abgabe: bis Donnerstag 8. Mai 2003, 8 Uhr im 4. Stock, Gebäude 34